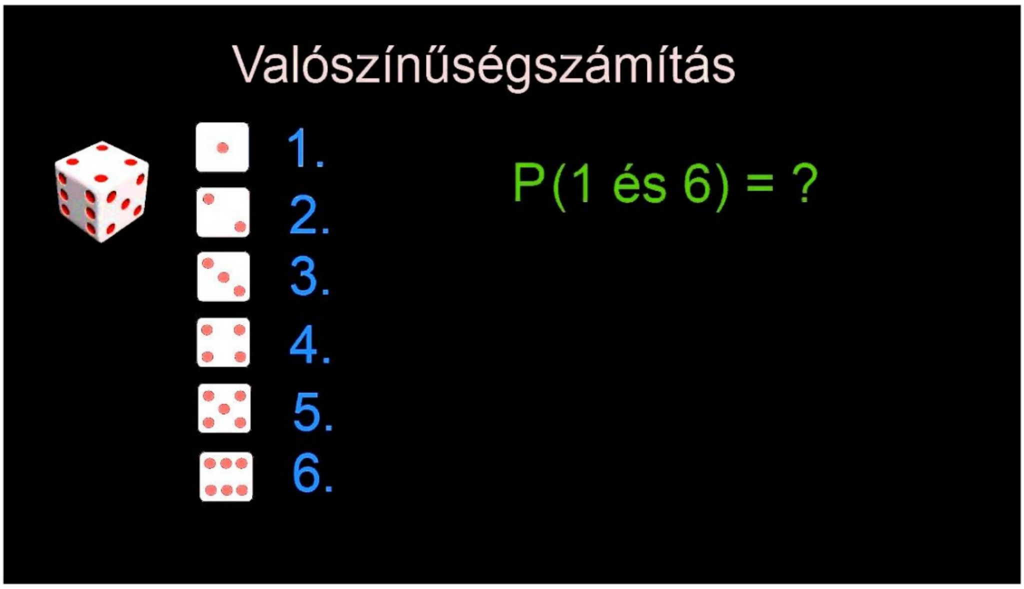
Valószínűségszámítás



A 32 lapos magyar kártya

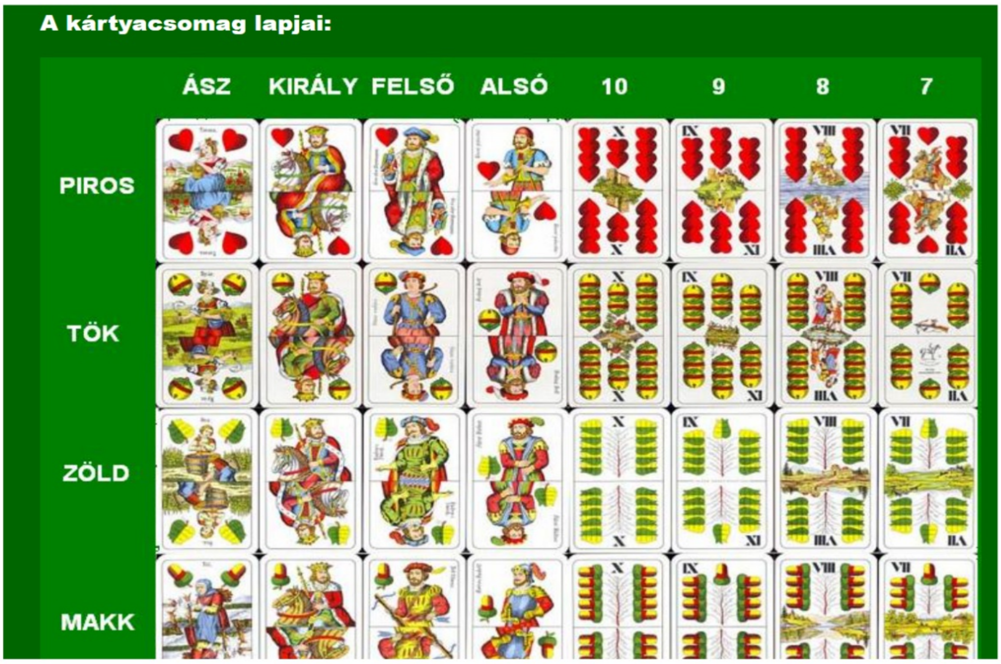
A kártya minden lapja

A magyar kártyában 4 szín van, a **piros**, a **zöld**, a **makk** és a **tök**. Minden színből nyolc - nyolc kártyalap van.

piros zöld makk tök

Számos és figurás lapok

Minden színből vannak számos lapok **7-től 10-ig**, amik római számokkal vannak írva és vannak a figurás lapok: **alsó, felső, király és ász**. A pirosból, a zöldből és a tökből is ugyanúgy mint a fenti makk kártyalapokból.


A kártyacsomag lapjai:
ÁSZ
KIRÁLY
FELSŐ
ALSÓ
10
9
8
7
PIROS
TÖK
ZÖLD
MAKK

1. Valószínűség-számítás

Azonos körülmények között tetszőleges sokszor megismétlődő jelenségekkel foglalkozik.

Ezeket a jelenségeket kísérleteknek
nevezzük, ezek kimenetelét elemi eseményeknek

Eseményeket nagybetűvel jelöljük.

Egy kísérlettel kapcsolatos elemi események halmazát eseménytérnek nevezzük.

A valószínűségszámítás axiómái

Az Ω eseménytér minden eseményéhez egy valós számot rendelünk, azaz Ω -án értelmezünk egy **P** függvényt. A **P**-t **valószínűségi függvénynek**, **P(A)**-t pedig az $A \subseteq \Omega$ **esemény valószínűségének** nevezzük, ha teljesülnek az alábbi axiómák:

I. Minden $A \subseteq \Omega$ eseményre

$$0 \le P(A) \le 1$$

II.

$$P(I) = 1$$

azaz a biztos esemény valószínűsége 1

III. Ha **A** és **B** egymást kizáró események, akkor

$$P(A+B) = P(A) + P(B)$$

IV. Ha az $A_1; A_2; \ldots A_n; \ldots$ egymást páronként kizáró események sorozata, akkor

$$P(A_1 + A_2 + \ldots + A_n + \ldots) = P(A_1) + P(A_2) + \ldots P(A_n) + \ldots$$

Ha Ω véges, akkor IV. felesleges.

Def.: A lehetetlen esemény a kísérlet során sohasem következik be. Jele: O

Def.: A biztos esemény a kísérlet során mindig bekövetkezik. Jele: I

Def.: Azt az eseményt, amely akkor és csak akkor következik be, ha az A esemény nem következik be, az A esemény ellentett (komplementer) eseményének nevezzük.

Két esemény összege:

Két esemény szorzata:

Két esemény különbsége:

Feladatok:

1. K2 Legyen az A esemény, hogy dobókockával páros számot, a B esemény pedig, hogy hárommal osztható számot dobunk.
Milyen dobást jelentenek a következő események?
a) $A + B$; *b)* AB; *c)* $A - B$; *d)* $B - A$; *e)* $\overline{A}$.

2. K2 Jelentse A azt az eseményt, hogy dobókockával 6-nál kisebb számot, a B eseményt pedig, hogy prímszámot dobunk.
Milyen dobást jelentenek a következő események?
a) $A + B$; *b)* AB; *c)* $A - B$; *d)* $B - A$; *e)* $\overline{A}$.

Klasszikus valószínűségi mező:

Def.: Ha az A esemény a kísérlet n elemi eseménye közül K elemi esemény összegéből áll, akkor a valószínűség:

$p(A)= k/n$

n=összes lehetőség (eset)

k= kedvező esetek

1. K2 Egy 13 tagú csoport 3 tagja lány. A neveket felírják egy-egy cédulára, majd véletlenszerűen húznak két cédulát. Mennyi a valószínűsége annak, hogy ilyen módon két lányt sorsolnak ki?

2. K2 Egy minden oldalán befestett kockát 125 azonos méretű kis kockára fűrészelünk szét. Az így kapott kis kockákból véletlenszerűen kiválasztunk egyet. Mennyi a valószínűsége annak, hogy a kis kocka

a) egyetlen lapja sem; *b)* egy lapja; *c)* két lapja; *d)* három lapja; *e)* négy lapja

festett?

3. K2 Dobjunk fel két szabályos dobókockát. Mennyi a valószínűsége annak, hogy a dobott pontok összege

a) 2; *b)* 3; *c)* 5?

Geometriai valószínűség:

Kísérlettel kapcsolatos események geometriai alakzat részhalmazaival azonosíthatók.
Ha ebben a megfeleltetésben az egyes események valószínűsége az eseményekhez rendelt részhalmaz geometriai mértékével arányos, akkor geometriai valószínűségről beszélünk.

$p(A) = g/O$

O= teljes geometriai alakzat

g= eseménynek megfelelő alkzaté

1. K1 Egy másfél kilométer hosszú vízvezeték halad a 15 méter széles aszfaltozott út mellett, de a vezeték nyomvonala 11-szer keresztezi merőlegesen az utat. Csőtörés esetén mekkora a valószínűsége annak, hogy aszfaltot is kell bontani? (Feltételezésünk szerint a cső minden pontján ugyanolyan valószínűséggel lehet csőtörés.)

2. K1 Egy céltábla koncentrikus körökből áll, ezek sugara 2, 4, 6, 8 és 10 cm. Minden lövéssel eltaláljuk a céltáblát, és minden pontját azonos valószínűséggel. Adjuk meg az öt tartomány eltalálásának valószínűségét!

3. K1 A hírekben ezt a mondatot halljuk: A Budapest – Miskolc vasútvonalon műszaki hiba miatt megállt a gyorsvonat. Mekkora valószínűséggel érkezett meg késés nélkül ismerősünk Budapestről Hatvanba? (A Budapest – Miskolc távolságot vegyük 200 km-nek, a Budapest – Hatvan távolságot pedig 60 km-nek.)