

HATVÁNYOZÁS, GYÖKVONÁS*

1. Számítsd ki a következő kifejezések értékét!

$$\begin{aligned} \text{a.) } & (-3)^{-2}; \quad \text{b.) } \left(\frac{1}{3}\right)^{-2}; \quad \text{c.) } \left(-\frac{2}{3}\right)^{-1}; \quad \text{d.) } (5^{-3})^{-2} \cdot (5^4)^{-3} \cdot 5^7; \quad \text{e.) } \frac{(5^{-2})^{-3} \cdot (5^3)^{-5}}{(5^2)^3 \cdot (5^{-7})^2} \\ \text{f.) } & (3^{-1} \cdot 7^2) \cdot (7^{-4} \cdot 3)^{-3}; \quad \text{g.) } (2^{-2} \cdot 5)^{-4} \cdot (5^{-2} \cdot 2^3)^{-3}; \quad \text{h.) } \frac{3^{-5} \cdot 5^{-3} \cdot (3^{-1})^3}{5^2 \cdot 3^{-6} \cdot 3^{-3} \cdot 5^6} \end{aligned}$$

2. A hatványozás azonosságainak segítségével hozd a következő kifejezéseket a legegyszerűbb alakra!

$$\text{a.) } \left(\frac{12^4 \cdot 5^5 \cdot 2^7 \cdot 55^6}{3^4 \cdot (-11)^6}\right)^{-2}; \quad \text{b.) } \left(\frac{20^4 \cdot 3^5 \cdot 2^7 \cdot 21^6}{(-5)^4 \cdot 7^6}\right)^{-2}$$

3. Végezd el a hatványozásokat és hozd egyszerűbb alakra a kifejezéseket!

$$\begin{aligned} \text{a.) } & \frac{(a^2)^3 \cdot a^4 \cdot (a^5)^2}{a^7 \cdot (a^2)^4}; \quad a \neq 0; \quad \text{b.) } \frac{(ab)^2 \cdot (b^2)^3 \cdot a^4 \cdot b^7}{(a^2b)^3 \cdot (ab^3)^2}; \quad a, b \neq 0; \quad \text{c.) } \frac{(a^{-1})^3 \cdot (a^2)^{-3} \cdot a^2}{a^3 \cdot (a^{-2})^{-3}}; \quad a \neq 0; \\ \text{d.) } & (2ab^2)^{-2} \cdot (b \cdot a^{-3})^{-4}; \quad \text{e.) } \frac{(xy^{-3})^{-2} \cdot (x^{-1})^5}{x^{-4} y^{-4} \cdot \left(\frac{1}{y}\right)^{-2}}; \quad \text{*f.) } \frac{\left(\frac{2x^{-5}}{y^2}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{y^{-3}}{2x^6}\right)^{-2}}{\left(\frac{2y^2}{x^{-3}}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{x^{-2}}{2y^{-4}}\right)^3}; \quad x, y \neq 0 \end{aligned}$$

3. a.) Írd fel príमतványok szorzataként a következő számot: $24^2 \cdot 42^3 \cdot 12^2 \cdot 28 \cdot 18^3$!

b.) Írd fel tovább nem egyszerűsíthető alakban a $\frac{3^5 \cdot 8^5 \cdot 20^4 \cdot 49}{16^4 \cdot 6^4 \cdot 70^2}$ törtet!

4. Írd fel a legegyszerűbb hatványalakban a következő kifejezések értékét!

$$\text{a.) } \left(\frac{1}{6}\right)^6 \cdot 9^2 \cdot 27 \cdot 3^{-1}; \quad \text{b.) } \frac{1,6 \cdot 10^{-3} \cdot 2,5 \cdot 10^5}{2 \cdot 10^{-2}}; \quad \text{c.) } \frac{360\,000 \cdot 0,000\,0025}{0,009}.$$

5. Hozd egyszerűbb alakra a következő kifejezéseket!

$$\begin{aligned} \text{a.) } & \left(\frac{1}{6}\right)^{-\frac{2}{3}} \cdot \left(\frac{36}{125}\right)^{-\frac{2}{3}} \quad \text{b.) } \left(\left(\frac{1}{1024}\right)^{\frac{1}{5}}\right)^{-\frac{3}{2}} \quad \text{c.) } \left(\left(\frac{1,25}{7,32}\right)^0\right)^{-\frac{7}{11}} \quad \text{d.) } \left(\frac{4}{5}\right)^{-\frac{3}{4}} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{-\frac{3}{4}} \\ \text{e.) } & \left(\frac{3}{4}\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{9}{16}\right)^{-\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

6. a.) Fejezd ki az $F = \gamma \cdot m_1 \cdot m_2 \cdot r^{-2}$ képletből az r -et !

b.) Számítsd ki r értékét, ha $F = 9,81 \frac{m}{s^2}$, $\gamma = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2}$, $m_1 = 1$ és $m_2 = 5,97 \cdot 10^{24}$!

7. Határozd meg a következő kifejezések értelmezési tartományát!

a.) $\sqrt{x+2}-3$ b.) $\sqrt{-(x-1)^2}$ c.) $\sqrt{\frac{x^2-1}{x-1}}$ d.) $\sqrt{\frac{1}{2-x}}$ e.) $\sqrt{-1+2x-x^2}$
 f.) $\sqrt{\frac{ax+b}{a}}$ g.) $\sqrt{\frac{ax+5}{a+2}}$ h.) $\sqrt{\frac{2x-3}{3x-1}}$

8. Négyzetgyökjel alá vitellel írd egyszerűbb alakba a következő kifejezéseket:

a.) $3\sqrt{\frac{2}{3}}$ b.) $5\sqrt{\frac{3}{7}}$ c.) $15\sqrt{\frac{7}{30}}$ d.) $2x^2\sqrt{3xy}$ e.) $11x\sqrt{2x^3y}$ f.) $x\sqrt{1-\frac{1}{x}}$
 g.) $\frac{5}{7}a\sqrt{\frac{1}{5a}-\frac{1}{12a}}$ h.) $(x+y)\sqrt{\frac{2}{x+y}}$ i.) $(x+2)\sqrt{\frac{2}{x^2+5x+6}}$

9. Végezd el a következő műveleteket!

a.) $\sqrt{12}-\sqrt{27}+\frac{1}{2}\sqrt{48}$ b.) $3\sqrt{2}+\sqrt{32}-\sqrt{200}$ c.) $5\sqrt{3}+\frac{1}{3}\sqrt{27}-\sqrt{48}$
 d.) $\sqrt{80}+\frac{1}{2}\sqrt{20}+3\sqrt{45}$ e.) $5\sqrt{\frac{1}{5}}-\frac{1}{2}\sqrt{20}-\frac{5}{4}\sqrt{\frac{4}{5}}+\sqrt{5}$

10. Írd fel egyetlen gyökjel alkalmazásával a következő kifejezéseket!

a.) $\sqrt[3]{a^4\sqrt{a^5a}}$; $a \geq 0$ b.) $\sqrt{a^2\sqrt[3]{b\sqrt{\frac{b}{a^4}}}}$; $a > 0, b \geq 0$ c.) $\sqrt[5]{\frac{a}{b}\sqrt{\frac{b}{a}}\sqrt[3]{\frac{b^2}{a}}}$; $a, b > 0$
 d.) $\sqrt{a^3\sqrt{a^2\sqrt{a}}}$; $a \geq 0$ e.) $\sqrt[3]{\frac{a}{b^2}\sqrt{\frac{a^4}{b}\sqrt{\frac{a}{b}}\sqrt{a^3}}}$ *f.) $\log_c \sqrt{\frac{c}{d}\sqrt[3]{\frac{d}{c}\sqrt[4]{\frac{d^8}{c^5}}}}$

↑
(Add meg a pontos értékét is!)

11. Gyöktelenítsd a következő törtek nevezőjét!

a.) $\frac{2}{2+\sqrt{2}}$ b.) $\frac{9}{\sqrt{19}-4}$ c.) $\frac{6}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}$ d.) $\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$ e.) $\frac{8}{\sqrt[4]{9}-\sqrt[4]{4}}$ f.) $\frac{1+2\sqrt{2}}{2\sqrt{2}-1}$
 g.) $\frac{x-y}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$ h.) $\frac{\sqrt{7}-\sqrt{3}}{\sqrt{7}+\sqrt{3}}$ i.) $\frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$ j.) $\frac{x+y\sqrt{y}}{x-y\sqrt{y}}$

12. Végezd el a következő műveleteket!

a.) $2x^{\frac{1}{2}}\left(x^{\frac{1}{2}}-3\right)-3x^{\frac{3}{2}}\left(x^{-\frac{1}{2}}-x^{-1}\right)$; $x > 0$ b.) $10a^{\frac{2}{3}}\left(a^{\frac{1}{3}}-1\right)-\left(5a^{\frac{2}{3}}-2\right)\left(2a^{\frac{1}{3}}+3\right)$; $a \geq 0$

* További feladatok a Matematika feladatgyűjtemény I. (sárga), Zöld összefoglaló- és az Egységes érettségi feladatgyűjteményben.